Aufgaben zu Graden (Oberstufe)

1) $f(x) = 2x + 3$

a) Gesucht wird eine Gerade, die parallel zu f ist und durch P(3; 7) verläuft.
b) Gesucht wird eine Gerade, die senkrecht zu f ist und durch P(3; 7) verläuft.

2) Schnittpunkt und Schnittwinkel von $f(x) = 1/3x - 7$ und $g(x) = -4/5x + 3$

3) Fläche des Dreieckes A(1; 3); B(3; 6); C(2; 8) gesucht. (Tipp: erst Gerade g durch A und B bestimmen und dann Abstand von C zu g berechnen, was die Höhe auf Seite c ist. Dann Abstand von A zu B berechnen, was die Länge der Grundseite c ist.)

4) $f(x) = 3/8x - 1/7$
a) Schnittpunkt mit x-Achse gesucht.
b) Schnittpunkte mit y-Achse gesucht.
c) Es soll der Neigungswinkel berechnet werden.

Lösungen:

1) a) $g(x) = 2x + b$ (selbe Steigung wie f)

P(3; 7) einsetzen, da $g(3) = 7$ sein soll:

$$2 \cdot 3 + b = 7$$
$$6 + b = 7$$
$$b = 1$$

Also: $g(x) = 2x + 1$

b) Da die Steigung von f gleich $m_f = 2$ ist und für zwei orthogonale Geraden (sofern keine die Steigung 0 hat) die Gleichung $m_f \cdot m_g = -1$ gilt, kann man die Steigung der orthogonalen Gerade g durch $m_g = -1/m_f = -1/2$ berechnen (Kehrwert bilden und Vorzeichen wechseln).

Somit gilt: $g(x) = -1/2 \cdot x + b$

Hier können wir wieder den Punkt P einsetzen:

$$-\frac{1}{2} \cdot 3 + b = 7 \quad | + 3/2$$

$$b = 17/2$$

$g(x) = -1/2 \cdot x + 17/2$

2) Schnittpunkt bestimmen:

$$f(x) = g(x)$$

$$1/3x - 7 = -4/5x + 3 \quad | \quad +4/5x + 7$$

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{4}{5}\right) x = 10$$

$$\frac{17}{15} x = 10 \; | \cdot \frac{15}{17} \text{ oder } : \frac{17}{15}$$

$$x = \frac{150}{17}$$

In die Gleichung von f oder g einsetzen:

$$y = f\left(\frac{150}{17}\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{150}{17} - 7 = -\frac{69}{17}$$

Schnittpunkt ist S(150/17; -69/17) oder S(8 14/17; -4 1/17) (gemischte Zahlen) oder gerundet:
S(8,82; -4,06)

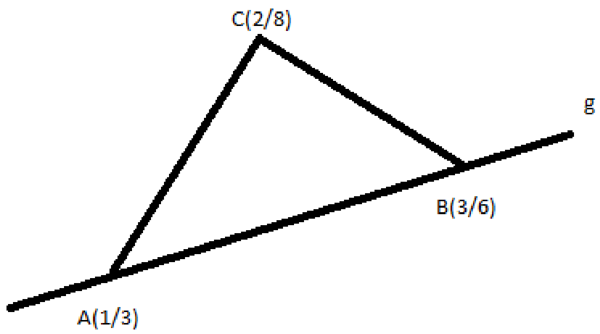
Schnittwinkel: $\alpha_f = \tan^{-1}(1/3) \approx 18{,}43°$ (Neigungswinkel von f)

$\alpha_g = \tan^{-1}(-4/5) \approx -38{,}66°$ (Neigungswinkel von g)

Schnittwinkel: $\alpha = \alpha_f - \alpha_g \approx 57{,}09°$

Schnittwinkel = größerer minus kleinerer Neigungswinkel (wenn sich ein $\alpha > 90°$ ergibt, z.B. $\alpha = 108° \Rightarrow$ Schnittwinkel $= 180° - \alpha = 180° - 108° = 72°$)

3) Skizze:



(1) Wir bestimmen die Geradengleichung der Gerade durch A(1; 3) und B(3; 6):

A(1;3) = $A(x_1; y_1)$ und B(3; 6) = $B(x_2; y_2)$:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-3}{3-1} = \frac{3}{2}$$

$g(x) = 3/2 \cdot x + b$

A einsetzen:

$g(1) = 3/2 \cdot 1 + b = 3 \quad | - 3/2$

$b = 3/2$

$g(x) = 3/2 \cdot x + 3/2$

(2) Abstand c von g:

Wir müssten die Gleichung der orthogonale Geraden h zu g bestimmen, die durch C verläuft. Danach muss der Schnittpunkt S der beiden Geraden bestimmt werden, womit sich der Punkt auf g mit dem kürzesten Abstand zu C ergibt. Die Höhe auf c ergibt sich dann durch den Abstand des Schnittpunktes S zu C:

$m_g = 3/2 \Rightarrow m_h = -1/m_g = -2/3$

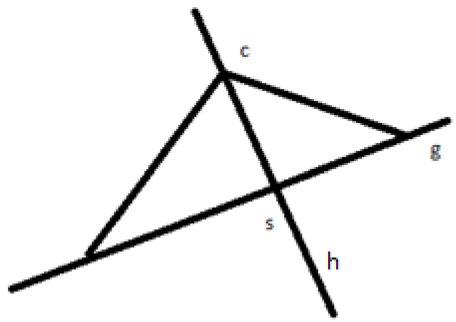
h(x) = -2/3x + b

Wir setzen den Punkt C(2; 8) ein und bestimmen b:

h(2) = $-\frac{2}{3} \cdot 2 + b = 8$

b = $8 + \frac{4}{3} = \frac{28}{3}$

Also: h(x) = -2/3·x + 28/3



(3) Schnittpunkt S von g und h:

h(x) = g (x)
Es ergibt sich: x = 47/13, was z.B. in g eingesetzt werden kann: y = g(47/13) = 90/13

Abstand von S(47/13; 90/13) und C(2; 8)
(x_1 ; y_1) (x_2;y_2)

h = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ = $\sqrt{\left(2 - \frac{47}{13}\right)^2 + (8 - \frac{90}{13})^2}$ = $\sqrt{\frac{49}{13}}$ ≈ 1,941

Abstand A zu B: c = $\sqrt{(3-1)^2 + (6-3)^2}$ = $\sqrt{13} \approx 3{,}6056$

Fläche: A = ½ · c · h = 3,5 (FE)

4) f(x) = 3/8x – 1/7

a) Nullstellen:
f(x) = 0
3/8x = 1/7 | ·8/3

x = 8/21 ist Nullstelle ⇒ Schnittpunkt x-Achse: N(8/21; 0)

b) Schnittpunkt y-Achse: S_y(0; -1/7), da f(0) = -1/7 bzw. b = -1/7

c) α = $\tan^{-1}(3/8) \approx 20{,}56°$