

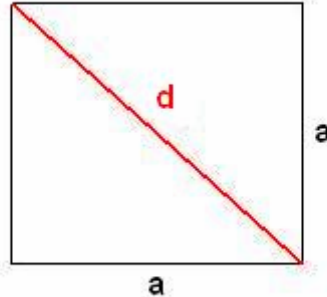
# Formeln für Flächen und Körper

Hier wurden einige Formeln für Flächen und Körper zusammengestellt, wie auch mehrere Beispielaufgaben zur Flächen- und Volumenberechnung.

<b>FLÄCHENBERECHNUNG .....</b>	<b>2</b>
QUADRAT.....	2
RECHTECK .....	3
PARALLELOGRAMM .....	3
DREIECK .....	4
GLEICHSCHENKLIGES DREIECK .....	5
GLEICHSEITIGES DREIECK .....	6
TRAPEZ .....	7
GLEICHSCHENKLIGES TRAPEZ (HIER GILT $B = D$ ) .....	7
KREIS .....	8
KREISAUSSCHNITT .....	9
KREISRING .....	10
<b>VOLUMENBERECHNUNG .....</b>	<b>11</b>
WÜRFEL .....	11
QUADER .....	12
PRISMA .....	13
PYRAMIDE MIT QUADRATISCHER GRUNDFLÄCHE .....	15
PYRAMIDE MIT RECHTECKIGER GRUNDFLÄCHE .....	18
PYRAMIDENSTUMPF .....	19
REGELMÄßIGER TETRAEDER .....	20
ZYLINDER .....	21
KEGEL .....	22
KEGELSTUMPF .....	23
KUGEL .....	24
<b>HINWEISE ZU DEN EINHEITEN .....</b>	<b>25</b>
LÄGENEINHEITEN .....	25
FLÄCHENEINHEITEN .....	25
VOLUMENEINHEITEN .....	26

## Flächenberechnung

### Quadrat



**Formeln:**

Für die Fläche:  $A = a^2 = a \cdot a$

Für den Umfang:  $U = 4a$

Für die Länge der Diagonalen:  $d = a \cdot \sqrt{2}$  (Pythagoras:  $a^2 + a^2 = d^2$ )

**Bemerkung:**

Der Umfang einer Figur ergibt sich immer über die Summe der Längen aller Linien, die die Figur umgeben. Beim Quadrat gilt deshalb:  $U = a + a + a + a = 4a$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Flaechenberechnung-Quadrat.html>

Übungen zur Flächenberechnung findet man unter:

<http://www.mathe-total.de/Test-Flaeche>

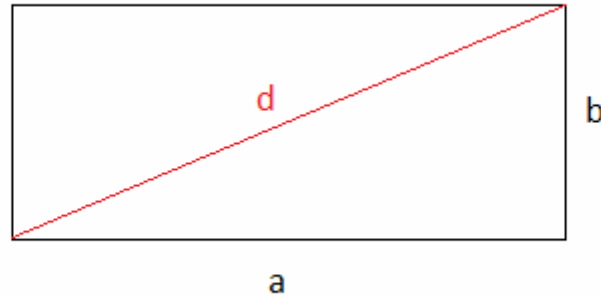
**Beispiel:**

Ein Quadrat hat eine Seitenlänge von  $a = 10\text{cm}$ . Wie groß ist die Fläche  $A$  und wie groß der Umfang  $U$ ?

$$A = (10\text{cm})^2 = 100\text{cm}^2$$

$$U = 4a = 4 \cdot 10\text{cm} = 40\text{cm}$$

## Rechteck



### Formeln:

$$A = a \cdot b$$

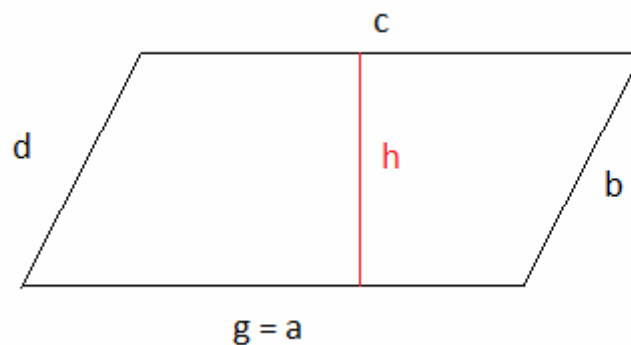
$$U = 2a + 2b = 2 \cdot (a + b)$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ (Pythagoras)}$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Flaechenberechnung-Rechteck.html>

## Parallelogramm



### Formel:

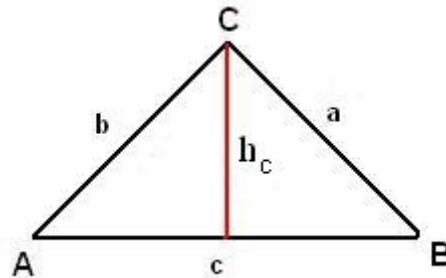
$$A = g \cdot h$$

Die Höhe (h) steht immer senkrecht auf der Grundseite (g), wie bei den Dreiecken. Der Umfang ist wieder die Summe über die Längen aller 4 Seiten. Da hier  $a = c$  und  $b = d$  gilt, ergibt sich der Umfang durch  $U = 2a + 2b$ .

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Flaechenberechnung-Parallelogramm.html>

## Dreieck



### Formel:

$$A = 1/2 \cdot c \cdot h_c = c \cdot h_c / 2$$

$$U = a + b + c$$

### Bemerkung:

Bei der Flächenformel oben wurde als Grundseite  $\overline{AB}$  ("Seite c") verwendet. Diese Formel könnte man auch analog für andere Grundseiten und deren Höhen formulieren, z.B.  $A = 1/2 \cdot b \cdot h_b$ . Ist ein Dreieck rechtwinklig, beispielsweise mit  $\gamma = 90^\circ$ , dann gilt auch  $A = 1/2 \cdot a \cdot b$ , da hier eine Kathete die Höhe auf der anderen ist.

Online kann man Dreiecksflächen unter der folgenden Adresse berechnen:

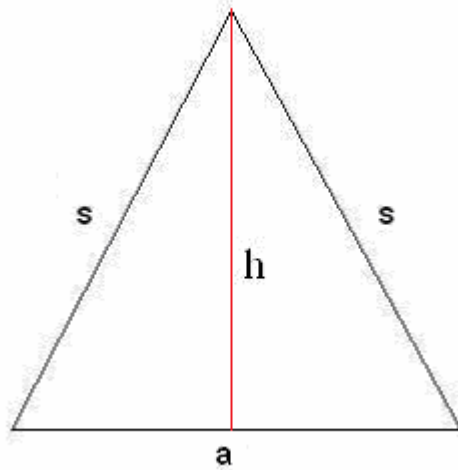
<http://alles-mathe.de/Flaechenberechnung-Dreieck.html>

### Beispiel:

Gegeben ist  $c = 4\text{cm}$  und  $h_c = 5\text{cm}$ , gesucht wird A.

$$A = 4\text{cm} \cdot 5\text{cm} / 2 = 20\text{cm}^2 / 2 = 10\text{cm}^2$$

## Gleichschenkliges Dreieck



### Formeln:

$$h = \sqrt{s^2 - (a/2)^2} \quad (\text{Pythagoras: } (a/2)^2 + h^2 = s^2 \text{ bzw. } a^2/4 + h^2 = s^2)$$

$$A = a \cdot h / 2$$

$$U = a + 2s$$

Dabei ist die Länge der Basis gleich  $a$  und die der Schenkel gleich  $s$ .

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Flaechenberechnung-gleichseitiges-gleichschenkliges-Dreieck.html>

### Beispiel:

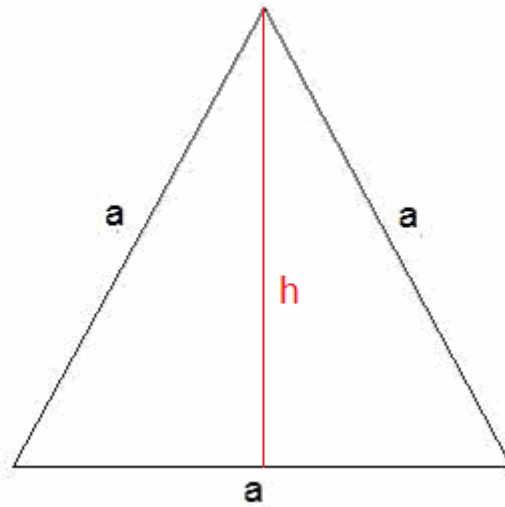
$a = 10\text{cm}$  und  $s = 13\text{cm}$ . Gesucht wird  $A$  und  $U$ .

$$h = \sqrt{s^2 - (a/2)^2} = \sqrt{(13\text{cm})^2 - (10\text{cm}/2)^2} = \sqrt{(13\text{cm})^2 - (5\text{cm})^2} = \sqrt{144\text{cm}^2} = 12\text{cm}$$

$$A = a \cdot h / 2 = 10\text{cm} \cdot 12\text{cm} / 2 = 60\text{cm}^2$$

$$U = a + 2s = 10\text{cm} + 2 \cdot 13\text{cm} = 36\text{cm}$$

## Gleichseitiges Dreieck



### Formeln:

$$h = \sqrt{3} \cdot a/2$$

$$A = a \cdot h/2$$

$$U = 3a$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Flaechenberechnung-gleichseitiges-gleichschenkliges-Dreieck.html>

### Beispiel:

$a = 8\text{m}$ . Gesucht wird  $A$  und  $U$ .

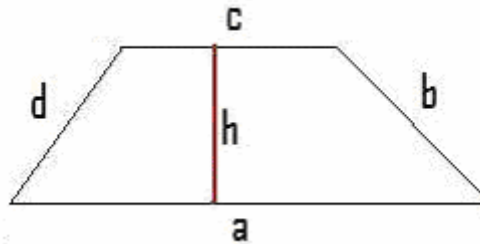
$$h = \sqrt{3} \cdot a/2 = \sqrt{3} \cdot 8\text{m}/2 = \sqrt{3} \cdot 4\text{m} \approx 6,93\text{m}$$

$$A = a \cdot h/2 \approx 8\text{m} \cdot 6,93\text{m}/2 = 27,72\text{m}^2$$

Wenn man das Ergebnis von  $h$  im Taschenrechner lässt und mit diesem  $A$  berechnet, dann ergibt sich  $A = a \cdot h/2 = 8\text{m} \cdot 6,9282032\dots\text{m}/2 \approx 27,71\text{m}^2$ . Hieran sieht man, welchen Einfluss Rundungen haben.

$$U = 3a = 3 \cdot 8\text{m} = 24\text{m}$$

## Trapez



**Formeln:**

$$A = 1/2 \cdot (a + c) \cdot h = (a + c) \cdot h / 2$$

$$U = a + b + c + d$$

**Bemerkung:**

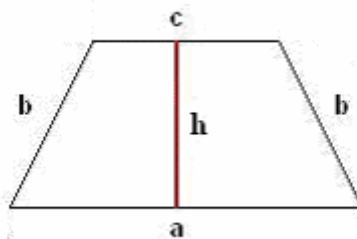
Die beiden gegenüberliegenden Seiten a und c sind parallel.

**Beispiel:**

a = 8cm; c = 12cm und h = 6cm, gesucht wird A.

$$A = 6\text{cm} \cdot (8\text{cm} + 12\text{cm}) / 2 = 6\text{cm} \cdot 20\text{cm} / 2 = 60\text{cm}^2$$

## Gleichschenkliges Trapez (hier gilt b = d)



**Formeln:**

$$A = (a + c) \cdot h / 2$$

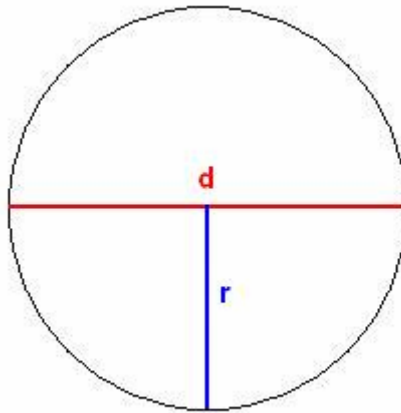
$$b = \sqrt{h^2 + (a - c)^2 / 4} \quad (\text{Pythagoras: } b^2 = h^2 + (a - c)^2 / 4)$$

$$U = a + c + 2b$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Flaechenberechnung-Trapez.html>

## Kreis



### Formeln:

$$r = d/2 \text{ bzw. } d = 2 \cdot r$$

$$U = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$$

$$A = \pi \cdot r^2 \quad \text{oder} \quad A = \pi \cdot d^2/4$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Flaechenberechnung-Kreis.html>

### Beispiel:

$d = 10\text{cm}$ , gesucht wird  $r$ ,  $A$  und  $U$ :

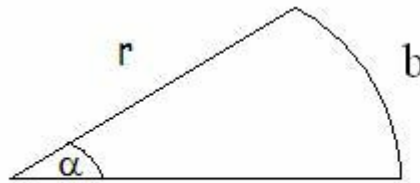
$$r = d/2 = 10\text{cm}/2 = 5\text{cm}$$

$$U = \pi \cdot d = \pi \cdot 10\text{cm} \approx 31,42\text{cm}$$

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (5\text{cm})^2 \approx 78,54\text{cm}^2$$



## Kreisausschnitt



### Formeln:

$$r = d/2 \text{ bzw. } d = 2 \cdot r$$

$$b = r \cdot \pi \cdot \alpha / 180^\circ \quad (\text{b wird auch oft mit } b_\alpha \text{ bezeichnet.})$$

$$A = r^2 \cdot \pi \cdot \alpha / 360^\circ$$

Außerdem gilt  $A = b \cdot r / 2$  (falls b und r gegeben ist und A berechnet werden soll).

### Bemerkung:

Der komplette Umfang U wäre hier  $U = 2r + b$ , da b nur die Länge des Kreisbogens ist.

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Flaechenberechnung-Kreis.html>

### Beispiel:

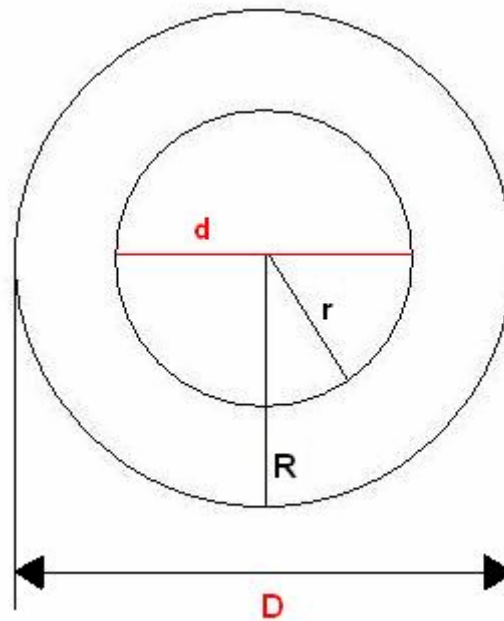
$r = 12\text{cm}$  und  $\alpha = 90^\circ$ . Gesucht wird b und A.

$$b = r \cdot \pi \cdot \alpha / 180^\circ = 12\text{cm} \cdot \pi \cdot 90^\circ / 180^\circ \approx 18,85\text{cm}$$

$$A = r^2 \cdot \pi \cdot \alpha / 360^\circ = (12\text{cm})^2 \cdot \pi \cdot 90^\circ / 360^\circ \approx 113,10\text{cm}^2$$

Da es sich für  $\alpha = 90^\circ$  um einen Viertelkreis handelt, hätte man auch den Umfang und die Fläche des ganzen Kreises mit Radius  $r = 12\text{cm}$  (Formeln siehe vorherige Seite) durch vier teilen können.

## Kreisring



### Formeln:

$$r = d/2 \text{ bzw. } d = 2 \cdot r$$

$$R = D/2 \text{ bzw. } D = 2 \cdot R$$

$$A = (R^2 - r^2) \cdot \pi$$

### Bemerkung:

Möchte man den Umfang des Kreisringes berechnen, so muss man nur den Umfang des inneren Kreises mit dem des äußeren Kreises addieren:  $U = 2 \cdot \pi \cdot r + 2 \cdot \pi \cdot R$  oder  $U = \pi \cdot d + \pi \cdot D$ .

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Flaechenberechnung-Kreis.html>

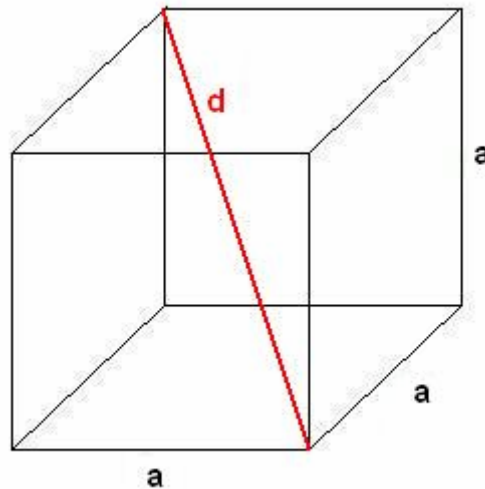
### Beispiel:

$r = 4\text{cm}$  und  $R = 5\text{cm}$ . Gesucht wird  $A$ .

$$A = (R^2 - r^2) \cdot \pi = ((5\text{cm})^2 - (4\text{cm})^2) \cdot \pi = 9\text{cm}^2 \cdot \pi \approx 28,27\text{cm}^2$$

## Volumenberechnung

### Würfel



#### Formeln:

Volumen  $V$ :  $V = a^3$  ( $= a \cdot a \cdot a$ )

Oberfläche  $O$ :  $O = 6a^2$

Diagonale:  $d = \sqrt{3} a$

Die Formel für  $d$  ergibt sich über Pythagoras:  $d^2 = e^2 + a^2$  und  $e^2 = a^2 + a^2$ , wobei  $e$  die Diagonale einer Seite ist.

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Volumenberechnung.html>

Übungen zur Volumenberechnung:

<http://www.mathe-total.de/Test-Volumen>

#### Beispiele:

1)  $a = 5\text{cm}$ , gesucht wird  $V$  und  $O$ .

$V = (5\text{cm})^3 = 125\text{cm}^3$ .  $O = 6 \cdot (5\text{cm})^2 = 150\text{cm}^2$ .

2) Ein Würfel aus Silber wiegt  $84\text{g}$  (Dichte von Silber:  $\rho = 10,5\text{g/cm}^3$ ). Wie lang ist seine Kantenlänge?

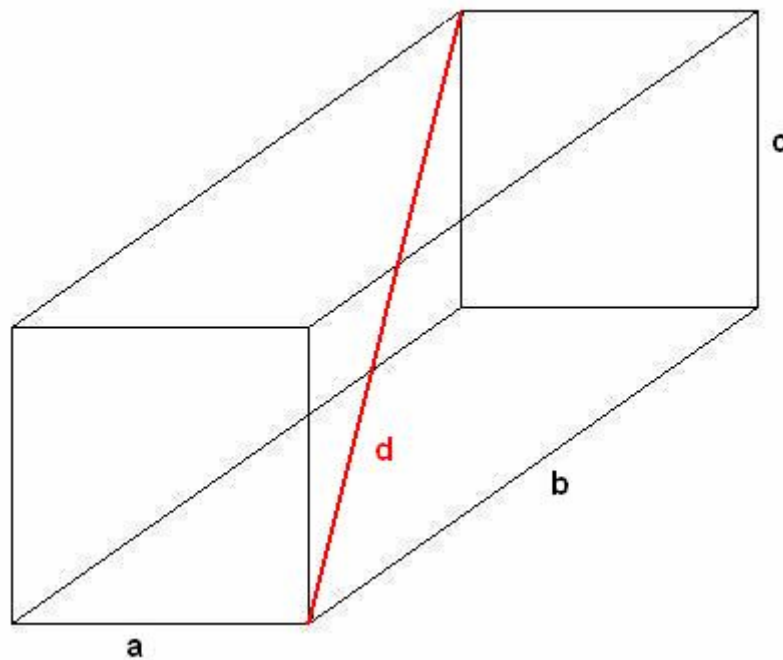
Es gilt  $m = V \cdot \rho$ , wobei  $m$  die Masse ist,  $V$  das Volumen und  $\rho$  die Dichte. Also gilt:

$$84\text{g} = V \cdot 10,5\text{g/cm}^3 \quad | : (10,5\text{g/cm}^3)$$

$$V = 8\text{cm}^3$$

Somit ist  $8\text{cm}^3 = a^3$ . Zieht man die dritte Wurzel, dann ergibt sich  $a = 2\text{cm}$ .

## Quader



### Formeln:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \quad (\text{Ergibt sich über Pythagoras.})$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/Volumenberechnung.html>

### Beispiel:

$a = 2\text{cm}$ ,  $b = 3\text{cm}$  und  $c = 5\text{cm}$ , gesucht wird  $V$  und  $O$ .

$$V = 2\text{cm} \cdot 3\text{cm} \cdot 5\text{cm} = 30\text{cm}^3$$

$$O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c) = 2 \cdot (2\text{cm} \cdot 3\text{cm} + 2\text{cm} \cdot 5\text{cm} + 3\text{cm} \cdot 5\text{cm}) = 62\text{cm}^2$$

## Prisma

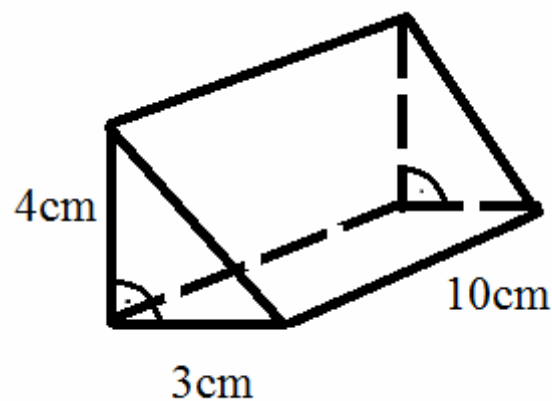
### Formel für das Volumen:

$$V = G \cdot h$$

$h$  ist hierbei die Körperhöhe und  $G$  die Grundfläche. Die Grundfläche kann ein Dreieck, ein Viereck oder allgemein ein Vieleck sein. Als Körperhöhe wurde oben die Bezeichnung  $h$  gewählt, oft wird aber auch (zum unterscheiden der Körperhöhe von der Höhe der Grundseite)  $h_k$  oder auch  $l$  (ein kleines "L") verwendet ( $V = G \cdot h_k$  oder  $V = G \cdot l$ ).

Wenn man ein Prisma parallel zur Grundfläche durchschneidet, ist die Schnittfläche mit der Grundfläche identisch. Damit ist ein Würfel oder ein Quader auch ein Prisma.

### Beispiel:



Die Grundfläche ist im Beispiel ein rechtwinkliges Dreieck. Hier gilt:

$$G = 4\text{cm} \cdot 3\text{cm} / 2 = 6\text{cm}^2$$

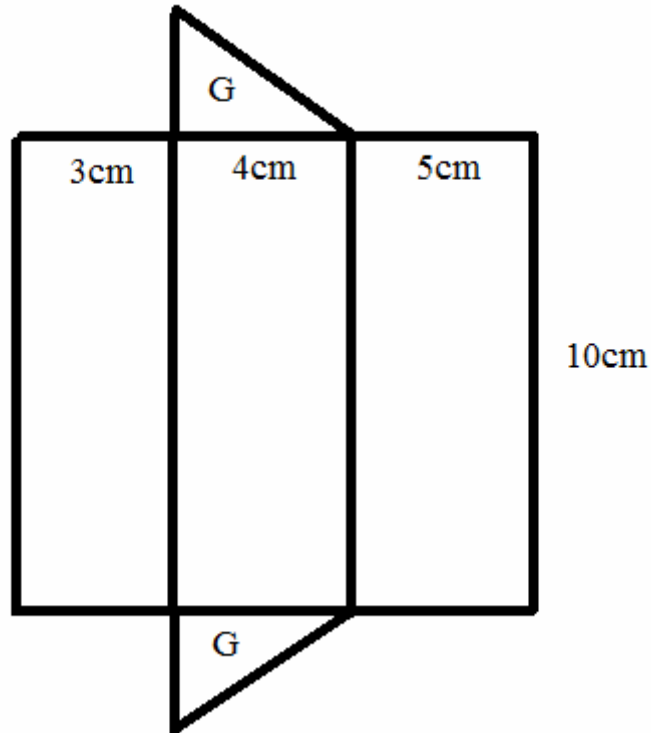
Die Körperhöhe ist, wie man an der Zeichnung sieht, gleich 10cm. Also  $h = 10\text{cm}$ .

$$\text{Damit ergibt sich das Volumen: } V = G \cdot h = 6\text{cm}^2 \cdot 10\text{cm} = 60\text{cm}^3$$

Die **Oberfläche bei Prismen** berechnet sich wie folgt:

$$O = 2 \cdot G + M$$

$M$  ist dabei die Mantelfläche. Im Beispiel besteht der Mantel aus 3 Rechtecken (siehe die nächste Grafik).

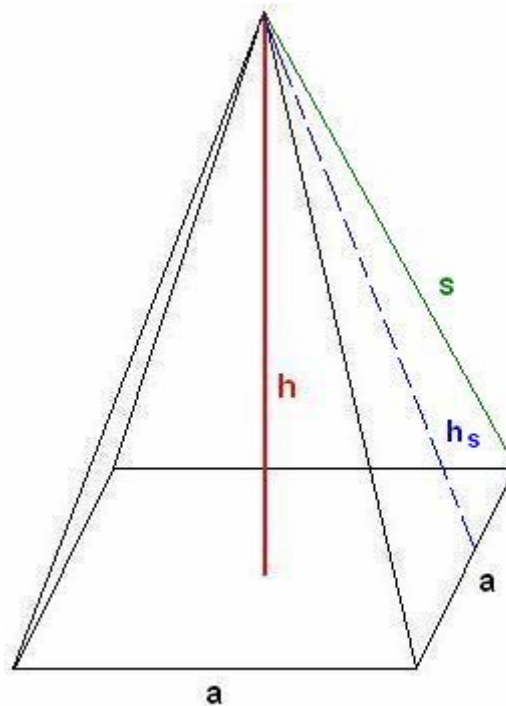


Die **Mantelfläche**  $M$  ergibt sich bei Prismen aus dem Umfang der Grundfläche  $U$  mal der Körperhöhe  $h$ :  $M = U \cdot h$ .

Für den Umfang im Beispiel benötigen wir noch die Länge der Hypotenuse des Dreiecks der Grundfläche. Diese kann man über Pythagoras berechnen: Wir bezeichnen die Hypotenuse mit  $c$ :  $c^2 = (3\text{cm})^2 + (4\text{cm})^2 = 25\text{cm}^2$ . Wurzelziehen ergibt:  $c = 5\text{cm}$ .

Damit ergibt sich der Umfang der Grundfläche  $U = 3\text{cm} + 4\text{cm} + 5\text{cm} = 12\text{cm}$ . Die Mantelfläche ist dann  $M = 12\text{cm} \cdot 10\text{cm} = 120\text{cm}^2$ . Für die Oberfläche ergibt sich  $O = 2 \cdot G + M = 2 \cdot 6\text{cm}^2 + 120\text{cm}^2 = 132\text{cm}^2$ .

## Pyramide mit quadratischer Grundfläche



### Formeln:

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$$

$$G = a^2$$

$$M = 2 \cdot a \cdot h_s$$

$$O = M + G$$

Die folgenden beiden Formeln ergeben sich wieder über Pythagoras:

$$h_s = \sqrt{h^2 + (a/2)^2} \quad (\text{Statt } (a/2)^2 \text{ kann man auch } a^2/4 \text{ verwenden.})$$

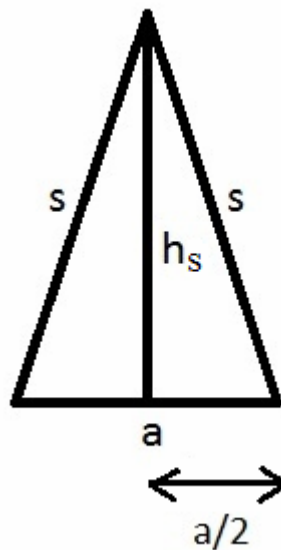
$$s = \sqrt{h_s^2 + (a/2)^2}$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/VolumenberechnungquadratischePyramide.html>

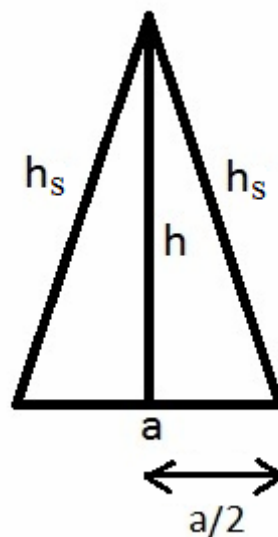
Es gibt folgende gleichschenklige Dreiecke, mit denen man fehlende Größen in einer Pyramide über Pythagoras berechnen kann:

Eine Seite der Pyramide:



Pythagoras:  $(a/2)^2 + h_s^2 = s^2$

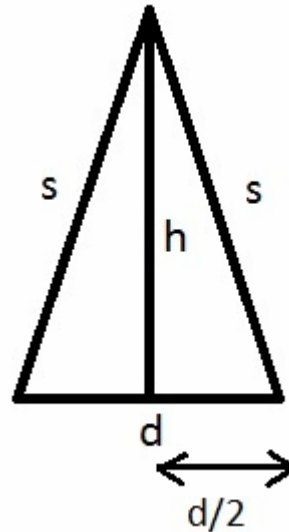
Pyramide durch die Mitte parallel zur Grundkante a durchgeschnitten (durch die Spitze):



Pythagoras:  $(a/2)^2 + h^2 = h_s^2$

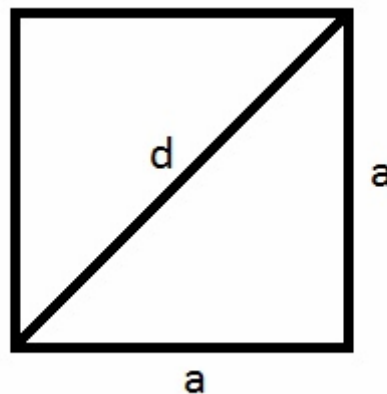
Pyramide diagonal über Ecken der Grundfläche durchgeschnitten (durch die Spitze):





Pythagoras:  $(d/2)^2 + h^2 = s^2$

Dabei ist d die Diagonale auf der Grundfläche, die über  $d = \sqrt{2} \cdot a$  berechnet werden kann (da  $a^2 + a^2 = d^2$  gilt).



**Beispiel:**

$a = 6\text{m}$  und  $h = 4\text{m}$ , gesucht werden  $V$ ,  $O$  und  $s$ .

$$V = 1/3 \cdot G \cdot h = 1/3 \cdot (6\text{m})^2 \cdot 4\text{m} = 48\text{m}^3 \quad (G = a^2 = (6\text{m})^2)$$

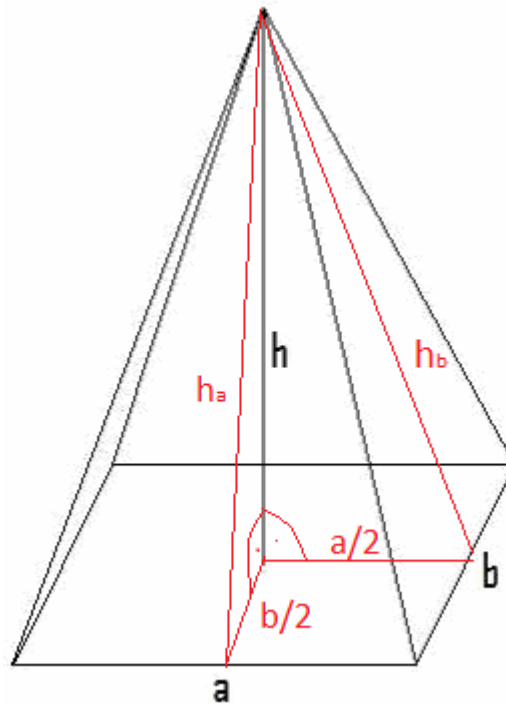
$$h_s = \sqrt{h^2 + (a/2)^2} = \sqrt{(4\text{m})^2 + (6\text{m}/2)^2} = \sqrt{25\text{m}^2} = 5\text{m}$$

$$s = \sqrt{h_s^2 + (a/2)^2} = \sqrt{(5\text{m})^2 + (6\text{m}/2)^2} = \sqrt{34\text{m}^2} \approx 5,83\text{m}$$

$$M = 2 \cdot a \cdot h_s = 2 \cdot 6\text{m} \cdot 5\text{m} = 60\text{m}^2$$

$$O = M + G = 60\text{m}^2 + 36\text{m}^2 = 96\text{m}^2$$

## Pyramide mit rechteckiger Grundfläche



### Formeln:

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot a \cdot b \cdot h$$

$$h_a = \sqrt{h^2 + (b/2)^2} \quad (\text{Pythagoras: } h_a^2 = h^2 + (b/2)^2)$$

$$h_b = \sqrt{h^2 + (a/2)^2}$$

$$G = a \cdot b$$

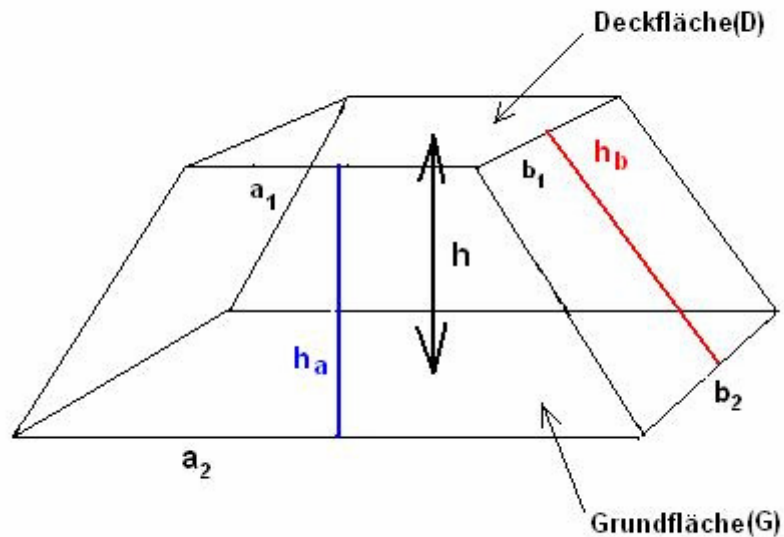
$$M = a \cdot h_a + b \cdot h_b$$

$$O = M + G$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/VolumenberechnungrechteckigePyramide.html>

## Pyramidenstumpf



### Formeln:

$$D = a_1 \cdot b_1$$

$$G = a_2 \cdot b_2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot (G + \sqrt{D \cdot G} + D)$$

$$h_a = \sqrt{h^2 + (b_2 - b_1)^2 / 4} \quad (\text{Pythagoras})$$

$$h_b = \sqrt{h^2 + (a_2 - a_1)^2 / 4} \quad (\text{Pythagoras})$$

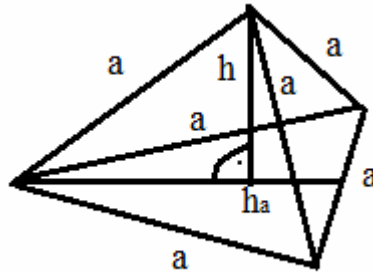
$$M = (b_1 + b_2) \cdot h_b + (a_1 + a_2) \cdot h_a$$

$$O = M + G + D$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/VolumenberechnungPyramidenstumpf.html>

## Regelmäßiger Tetraeder



### Formeln:

$h_a = \sqrt{3}/2 \cdot a$  (Dies ist die Höhe auf einer Seite, siehe Formel für gleichseitiges Dreieck.)

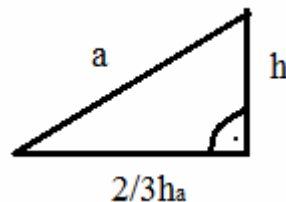
$$h = \sqrt{2/3} \cdot a = \sqrt{6}/3 \cdot a$$

$$V = 1/3 \cdot 1/2 \cdot a \cdot h_a \cdot h = \sqrt{2}/12 \cdot a^3$$

$$O = 4 \cdot 1/2 \cdot a \cdot h_a = \sqrt{3} \cdot a^2$$

### Bemerkung zur Berechnung von h:

h ist die Höhe des Tetraeders. Für diese gilt (Pythagoras):



$$h^2 + (2/3 \cdot h_a)^2 = a^2$$

$$h^2 + (2/3 \cdot \sqrt{3}/2 \cdot a)^2 = a^2$$

$$h^2 + (\sqrt{3}/3 \cdot a)^2 = a^2$$

$$h^2 + 1/3 \cdot a^2 = a^2 \quad | -1/3 \cdot a^2$$

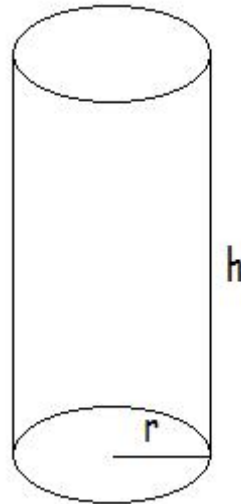
$$h^2 = 2/3 \cdot a^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$h = \sqrt{2/3} \cdot a$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/VolumenberechnungregelmaessigeTetraeder>

## Zylinder



### Formeln:

$$V = G h = r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$G = r^2 \cdot \pi$$

$$O = 2 \cdot G + M = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$$

$$M = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$$

Die Mantelfläche  $M$  ist ein Rechteck, mit den Maßen  $2 \cdot r \cdot \pi$  und  $h$ . Da der Mantel um die Grundfläche „gewickelt“ wird, ist die eine Seite des Rechtecks so lang wie der Kreisumfang  $U = 2 \cdot r \cdot \pi$ .

Die Oberfläche kann auch mit  $O = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot (r + h)$  berechnet werden ( $2 \cdot r \cdot \pi$  „vorklammern“).

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/VolumenberechnungZylinder.html>

### Beispiel:

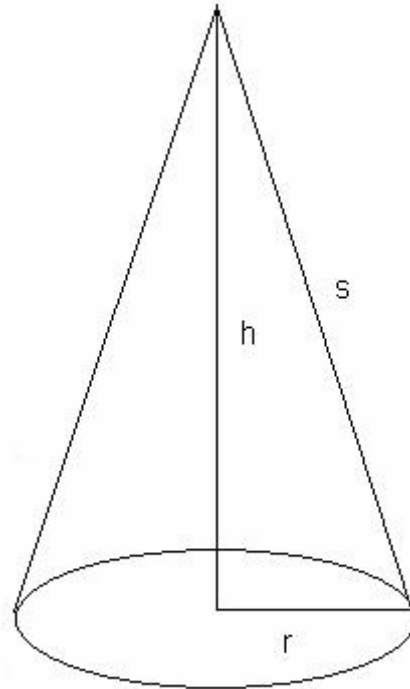
$r = 6\text{cm}$  und  $h = 10\text{cm}$ , gesucht wird  $V$  und  $O$ .

$$V = (6\text{cm})^2 \cdot \pi \cdot 10\text{cm} \approx 1130,97\text{cm}^3$$

$$M = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h = 2 \cdot 6\text{cm} \cdot \pi \cdot 10\text{cm} \approx 376,99\text{cm}^2$$

$$O = 2 \cdot G + M = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h = 2 \cdot (6\text{cm})^2 \cdot \pi + 2 \cdot 6\text{cm} \cdot \pi \cdot 10\text{cm} \approx 603,19\text{cm}^2$$

## Kegel



### Formeln:

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$G = r^2 \cdot \pi$$

$$s = \sqrt{h^2 + r^2} \quad (\text{Pythagoras: } s^2 = h^2 + r^2)$$

$$M = \pi \cdot r \cdot s$$

$$O = M + G$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/VolumenberechnungKegel.html>

### Beispiel:

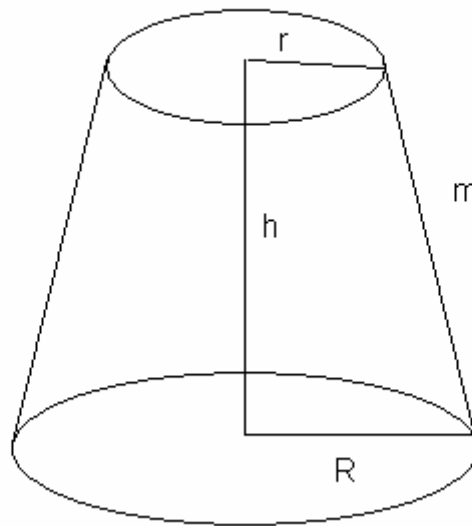
$r = 6\text{m}$  und  $h = 8\text{m}$ . Gesucht wird  $V$  und  $O$ .

$$V = \frac{1}{3} \cdot (6\text{m})^2 \cdot \pi \cdot 8\text{m} \approx 301,59\text{m}^3$$

$$s = \sqrt{(8\text{m})^2 + (6\text{m})^2} = \sqrt{100\text{m}^2} = 10\text{m}$$

$$O = M + G = \pi \cdot r \cdot s + r^2 \cdot \pi = \pi \cdot 6\text{m} \cdot 10\text{m} + (6\text{m})^2 \cdot \pi \approx 301,59\text{m}^2 \quad (\text{Hier ist zufällig } O = V.)$$

## Kegelstumpf



**Formeln:**

$$V = 1/3 \cdot h \cdot \pi \cdot (r^2 + r \cdot R + R^2)$$

$$m = \sqrt{h^2 + (R - r)^2} \quad (\text{Pythagoras: } m^2 = h^2 + (R - r)^2)$$

$$M = \pi \cdot m \cdot (r + R)$$

$$D = r^2 \cdot \pi$$

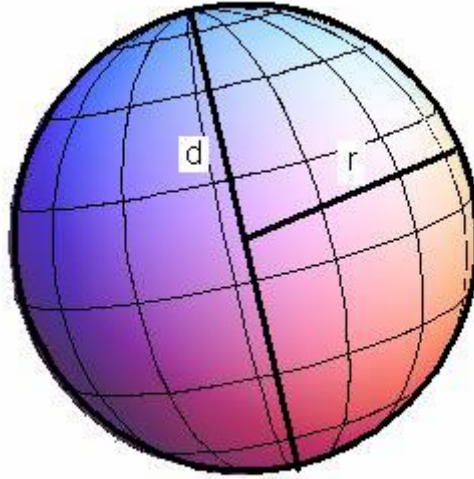
$$G = R^2 \cdot \pi$$

$$O = M + G + D$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/VolumenberechnungKegelstumpf.html>

## Kugel



### Formeln:

$$d = 2r$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

$$O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$

Online Berechnung unter:

<http://alles-mathe.de/VolumenberechnungKugel.html>

### Beispiele:

1)  $d = 10\text{cm}$ . Gesucht wird  $V$ .

$$r = d/2 = 5\text{cm}. \quad V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi = \frac{4}{3} \cdot (5\text{cm})^3 \cdot \pi \approx 523,60 \text{ cm}^3.$$

2) In eine Kugel passt 1 Liter Wasser. Wie groß ist ihr Innenradius?

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

1 Liter entspricht  $1\text{dm}^3$  oder  $1000\text{cm}^3$ :

$$1000\text{cm}^3 = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \quad | : \frac{4}{3} \quad \text{oder} \quad \cdot \frac{3}{4}$$

$$750\text{cm}^3 = r^3 \cdot \pi \quad | : \pi$$

$$750\text{cm}^3 / \pi = r^3 \quad | \sqrt[3]{\quad}$$

$$r = \sqrt[3]{750\text{cm}^3 / \pi} \approx 6,20\text{cm}$$



## Hinweise zu den Einheiten

### Längeneinheiten

Zu den üblichen Längeneinheiten zählen (die Grundeinheit ist m):  
mm, cm, dm, m, km.

Bei der Umrechnung von einer Einheit in die andere ist folgendes zu beachten:

$1\text{mm} = 0,1\text{cm}$  oder  $1\text{cm} = 10\text{mm}$ .

Damit wären  $58\text{cm}$  gleich  $580\text{mm}$ . Dagegen sind  $800\text{mm}$  gleich  $80\text{cm}$ .

Für mm, cm, dm und m gilt: Bei der Umrechnung in die "nächstgrößere" Einheit muss man durch 10 teilen und bei der Umrechnung in eine "nächstkleinere" Einheit mit 10 multiplizieren. Dagegen muss man bei der Umrechnung von m in km durch 1000 teilen und bei der Umrechnung von km in m mit 1000 multiplizieren.

$1\text{cm} = 0,1\text{dm}$  oder  $1\text{dm} = 10\text{cm}$ .

$1\text{dm} = 0,1\text{m}$  oder  $1\text{m} = 10\text{dm}$ .

$1\text{m} = 0,001\text{km}$  oder  $1\text{km} = 1000\text{m}$ .

Damit sind  $5800\text{m}$  gleich  $5,8\text{km}$  oder  $2,5\text{km}$  gleich  $2500\text{m}$ . Beispielsweise sind auch  $5\text{m} = 50\text{dm} = 500\text{cm}$ .

Weitere Einheiten wären  $\mu\text{m}$  (Mikrometer) und nm (Nanometer). Dabei ist  $1\text{mm}$  gleich  $1000\mu\text{m}$  und  $1\mu\text{m}$  gleich  $1000\text{nm}$  oder  $1\text{m} = 1.000\text{mm} = 1.000.000\mu\text{m} = 1.000.000.000\text{nm}$ .

### Flächeneinheiten

Zu den üblichen Flächeneinheiten zählen:

$\text{mm}^2$ ,  $\text{cm}^2$ ,  $\text{dm}^2$ ,  $\text{m}^2$ , a, ha,  $\text{km}^2$

Diese Einheiten sind oben wieder der "Größe" nach geordnet. Hier ist der Umrechnungsfaktor 100, denn beispielsweise ist  $1\text{cm}^2$  die Fläche eines Quadrates mit  $1\text{cm} = 10\text{mm}$  Seitenlänge, womit  $1\text{cm}^2 = 1\text{cm} \cdot 1\text{cm} = 10\text{mm} \cdot 10\text{mm} = 100\text{mm}^2$  ist. D.h.: Bei der Umrechnung in eine "nächstgrößere" Einheit muss man damit durch 100 teilen und bei der Umrechnung in eine "nächstkleinere" Einheit mit 100 multiplizieren.

$1\text{mm}^2 = 0,01\text{cm}^2$  oder  $1\text{cm}^2 = 100\text{mm}^2$ .

$1\text{cm}^2 = 0,01\text{dm}^2$  oder  $1\text{dm}^2 = 100\text{cm}^2$ .

$1\text{dm}^2 = 0,01\text{m}^2$  oder  $1\text{m}^2 = 100\text{dm}^2$ .

$1\text{m}^2 = 0,01\text{a}$  oder  $1\text{a} = 100\text{m}^2$ .

$1\text{a} = 0,01\text{ha}$  oder  $1\text{ha} = 100\text{a}$ .

$1\text{ha} = 0,01\text{km}^2$  oder  $1\text{km}^2 = 100\text{ha}$ .

Damit ist  $1\text{km}^2 = 100\text{ha} = 10.000\text{a} = 1.000.000\text{m}^2$  (denn  $1\text{km}^2$  wäre z.B. die Fläche eines Quadrates mit  $1000\text{m}$  Seitenlänge).

## Volumeneinheiten

Beim Volumen muss man sogar bei den Einheiten  $\text{mm}^3$ ,  $\text{cm}^3$ ,  $\text{dm}^3$ ,  $\text{m}^3$  den Faktor 1000 zur Umrechnung in die "nächstgrößere" Einheit verwenden.

Da  $1\text{km}^3$  beispielsweise das Volumen eines Würfels mit 1000m Kantenlänge wäre, ist damit  $1\text{km}^3 = 1000\text{m} \cdot 1000\text{m} \cdot 1000\text{m} = 1.000.000.000\text{m}^3$ .

$$1\text{mm}^3 = 0,001\text{cm}^3 \text{ oder } 1\text{cm}^3 = 1000\text{mm}^3.$$

$$1\text{cm}^3 = 0,001\text{dm}^3 \text{ oder } 1\text{dm}^3 = 1000\text{cm}^3.$$

$$1\text{dm}^3 = 0,001\text{m}^3 \text{ oder } 1\text{m}^3 = 1000\text{dm}^3.$$

$$1\text{m}^3 = 0,000000001\text{km}^3 \text{ oder } 1\text{km}^3 = 1.000.000.000\text{m}^3.$$

Als Volumeneinheiten werden auch Liter (L oder l) verwendet. Dabei ist 1L gleich  $1\text{dm}^3$ . Somit wären 0,5L gleich  $0,5\text{dm}^3 = 500\text{cm}^3$  oder  $1000\text{L} = 1000\text{dm}^3 = 1\text{m}^3$ .  $1\text{cm}^3$  ist damit 1mL (1 Milliliter).

Das Umrechnen von Einheiten kann auf der Seite <http://mathe-total.de/Mathetest/Einheiten> geübt werden.