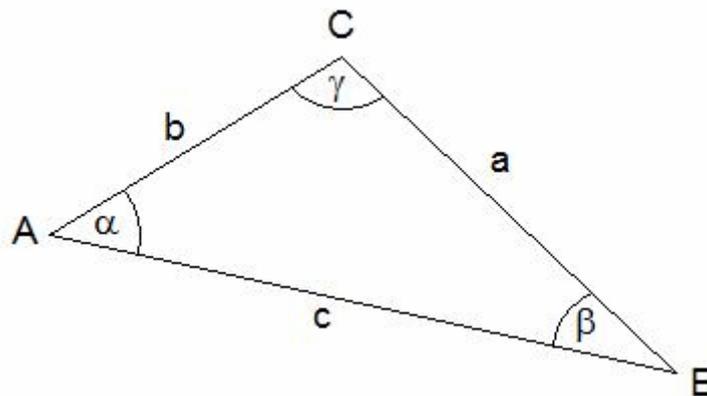


Sinussatz

Den Sinussatz kann man allgemein in Dreiecken auch ohne rechte Winkel anwenden. Speziell kann man den Sinussatz anwenden, wenn ein Winkel, eine gegenüberliegende Seite und ein weiterer Winkel oder eine weitere Seite bekannt ist. Der Sinussatz „besagt“, dass das Verhältnis von Seite zu ihrem gegenüberliegenden Winkel in einem Dreieck konstant ist, d.h. es gilt:

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$



Somit gilt

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)},$$

aber auch

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)},$$

wenn man die Gleichung umstellt.

Beispiele:

Es ist $a = 4\text{cm}$, $\alpha = 60^\circ$ und $\beta = 50^\circ$, gesucht ist b .

$$\frac{4\text{cm}}{\sin(60^\circ)} = \frac{b}{\sin(50^\circ)} \quad | \cdot \sin(50^\circ)$$

$$b = \frac{4\text{cm}}{\sin(60^\circ)} \cdot \sin(50^\circ) \approx 3,54\text{cm}$$

Es ist $\gamma = 180^\circ - 60^\circ - 50^\circ = 70^\circ$. Somit könnte man nun c berechnen.

Als nächstes sei $a = 8\text{cm}$, $c = 5\text{cm}$, $\alpha = 100^\circ$ gegeben, gesucht ist γ .

Es gilt:

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} \quad (*)$$

Durch Umstellung der Gleichung kann man zeigen, dass auch

$$\frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(\gamma)}{c}$$

gilt. Wir nehmen diese Gleichung, da man nur eine Umformung benötigt, wenn die Unbekannte im Zähler steht. Bei der Gleichung (*) müsste man erst mit $\sin(\alpha)$ und $\sin(\gamma)$ multiplizieren und dann durch a teilen.

$$\frac{\sin(100^\circ)}{8\text{cm}} = \frac{\sin(\gamma)}{5\text{cm}} \quad | \cdot 5\text{cm}$$

$$\frac{\sin(100^\circ)}{8\text{cm}} \cdot 5\text{cm} = \sin(\gamma)$$

$$0,61550\dots = \sin(\gamma) \quad | \sin^{-1}$$

$$\gamma \approx 37,99^\circ$$

Bemerkung:

Bei der Berechnung des Winkels mit dem Sinussatz wird der Taschenrechner einen falschen Winkel ausgeben, wenn der gesuchte Winkel größer als 90° ist. Es gilt z.B.:

$$\sin(80^\circ) = \sin(100^\circ) = 0,9848077\dots$$

Bei $\sin^{-1}(0,9848077\dots)$ gibt der Taschenrechner 80° aus. Diese Problem kann nicht auftreten, wenn ein gegebener Winkel bereits größer oder gleich 90° ist, oder wenn beispielsweise a , b und α gegeben ist und $b \leq a$ gilt, denn dann muss auch $\beta \leq \alpha$ sein.

Aufgaben:

- a) $a = 8\text{cm}$; $b = 5\text{cm}$; $\alpha = 80^\circ$; $\beta = ?$
- b) $b = 5\text{cm}$; $\alpha = 50^\circ$; $\beta = 60^\circ$; $a = ?$
- c) $c = 12\text{m}$; $b = 8\text{m}$; $\gamma = 100^\circ$; $\alpha = ?$; $\beta = ?$; $a = ?$
- d) $a = 8\text{m}$; $\beta = 75^\circ$; $\gamma = 30^\circ$; $\alpha = ?$; $b = ?$; $c = ?$

Lösungen:

- a) $\beta \approx 37,99^\circ$
- b) $a \approx 4,42\text{cm}$
- c) $a \approx 7,66\text{m}$; $\alpha \approx 38,96^\circ$; $\beta \approx 41,04^\circ$
- d) $b = 8\text{m}$; $c \approx 4,14$; $\alpha = 75^\circ$ (1. Schritt: $\alpha = 180^\circ - 75^\circ - 30^\circ$)